

## 4.2. MIEJSCA ZEROWE I POSTAĆ ILOCZYNOWA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej zależy od znaku $\Delta$ .			
Znak wyróżnika	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Liczba miejsc zerowych	<p>dwa miejsca zerowe</p> $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	<p>jedno miejsce zerowe</p> $x_0 = \frac{-b}{2a}$	nie ma miejsca zerowego

Przykład 4.2.1. Oblicz miejsca zerowe funkcji kwadratowej:

a)  $y = 4x^2 - 4x + 1$

Rozwiązanie	Komentarz
$a = 4; b = -4; c = 1$ $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 0$	Wypisujemy współczynniki funkcji kwadratowej i obliczymy $\Delta$ .
$x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	Ponieważ $\Delta = 0$ , to funkcja kwadratowa ma jedno miejsce zerowe, które obliczymy ze wzoru $x_0 = \frac{-b}{2a}$

b)  $y = -x^2 + x$

Rozwiązanie	Komentarz
$a = -1; b = 1; c = 0$ $\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0 = 1$	Wypisujemy współczynniki funkcji kwadratowej i obliczymy $\Delta$ .
$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 - 1}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$ $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{1}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-1 + 1}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$	Ponieważ $\Delta > 0$ , to funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe, które obliczymy ze wzoru $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

c)  $y = -x^2 - 2$

Rozwiązanie	Komentarz
$a = -1; b = 0; c = -2$ $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2) = -8$	Wypisujemy współczynniki funkcji kwadratowej i obliczymy $\Delta$ .
Brak miejsc zerowych	Ponieważ $\Delta < 0$ , to funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych.

**Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki liniowe).**

Znak wyróżnika	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
Postać iloczynowa	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	$y = a(x - x_0)^2$	nie ma postaci iloczynowej

Przykład 4.2.2. Wyznacz miejsca zerowe funkcji:

a)  $y = (x - 1)(x + 5)$

Rozwiązanie	Komentarz
$x_1 = 1 \quad x_2 = -5$	Z postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ funkcji kwadratowej odczytujemy $x_1; x_2$

b)  $y = 2(x + 1)^2$

Rozwiązanie	Komentarz
$x_0 = -1$	Z postaci iloczynowej $y = a(x - x_0)^2$ funkcji kwadratowej odczytujemy $x_0$

c)  $y = 2x(x + 1)$

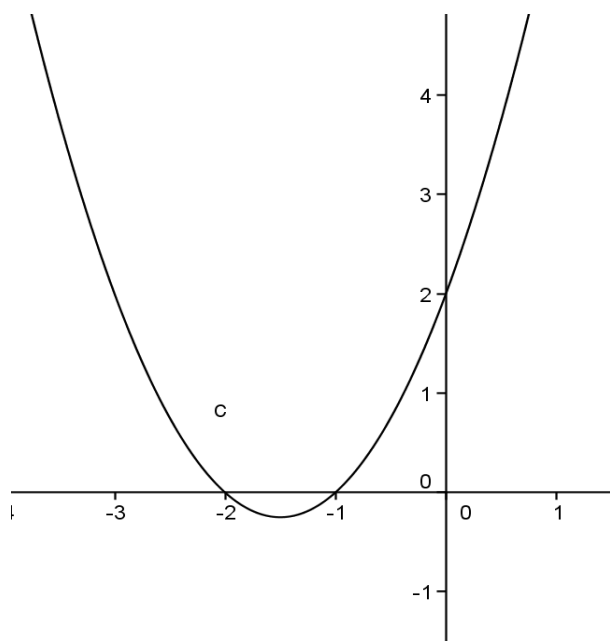
Rozwiązanie	Komentarz
$x_1 = 0 \quad x_2 = -1$	Z postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ funkcji kwadratowej odczytujemy $x_1; x_2$

Przykład 4.2.3. Podaną funkcję zapisz w postaci iloczynowej:

a)  $y = -2x^2 - x + 1$

Rozwiązanie	Komentarz
$a = -2; b = -1; c = 1$ $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 1 = 9$	Wypisujemy współczynniki funkcji kwadratowej i obliczmy $\Delta$ .
$x_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2 \cdot (-2)} = \frac{1 - 3}{-4} = \frac{1}{2}$ $x_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2 \cdot (-2)} = \frac{1 + 3}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$	Ponieważ $\Delta > 0$ , to funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe, które obliczymy ze wzoru $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 1)$	Zapisujemy funkcję kwadratową w postaci iloczynowej korzystając ze wzoru $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

**Przykład 4.2.4.** Rysunek przedstawia wykres pewnej funkcji kwadratowej.  
Podaj wzór tej funkcji.



Rozwiązanie	Komentarz
$x_1 = -2; x_2 = -1$	Z wykresu funkcji odczytujemy miejsca zerowe .
$y = a(x + 2)(x + 1)$	Odczytane $x_1; x_2$ wstawiamy do wzoru $y = a(x - x_1)(x - x_2)$
$(0, 2)$	Z wykresu odczytujemy punkt przecięcia paraboli z osią OY
$2 = a(0 + 2)(0 + 1)$ $2 = 2a$ $a = 1$	Współrzędne punktu $(0, 2)$ wstawiamy za $x$ i $y$ w równaniu $y = a(x + 2)(x + 1)$ i obliczamy $a$ .
$y = (x + 2)(x + 1)$	Zapisujemy funkcję kwadratową w postaci iloczynowej.

## ĆWICZENIA

Ćwiczenie 4.2.1. Podaj miejsca zerowe funkcji kwadratowej:

- a) (1pkt.)  $y = 2(x + \sqrt{3})(x - 5\sqrt{3})$   
 b) (1pkt.)  $y = -x(x + 6)$   
 c) (1pkt.)  $y = 3(x - 2)^2$

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie miejsc zerowych funkcji.	1

Ćwiczenie 4.2.2. Przedstaw funkcję w postaci iloczynowej:

a) (2pkt.)  $y = x^2 - 3x - 4$

b) (2pkt.)  $y = -x^2 + 2x - 1$

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie miejsc zerowych funkcji.	1
2	Zapisanie funkcji w postaci iloczynowej	1

Ćwiczenie 4.2.3. (3pkt.) Napisz wzór ogólny funkcji kwadratowej, do wykresu której należy punkt  $A = (-1, 2)$  i która ma dwa miejsca zerowe  $x_1 = 3; x_2 = -2$ .

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Zapisanie równania paraboli w postaci iloczynowej	1
2	Podanie współczynnika $a$	1
3	Podanie postaci ogólnej.	1